

# Memoriu de activitate științifică

Teodor Rugină

## Date de identificare

- **Nume:** Teodor Rugină
- **Afiliere:** 1. Universitatea din București, Facultatea de Matematică și Informatică  
2. Institutul de Statistică Matematică și Matematică Aplicată „Gheorghe Mihoc - Caius Iacob” al Academiei Române
- **Domeniu:** Analiză matematică, ecuații cu derivate parțiale, inegalități funcționale, control al sistemelor distribuite
- **Coordonatori doctorat:** Prof. dr. Cristian-Mihai Cazacu, CS I dr. Gabriela Marinoschi

## Rezumat al activității științifice

Activitatea mea de cercetare se concentrează asupra studiului inegalităților funcționale de tip Hardy și al aplicațiilor acestora în analiza matematică, ecuațiile cu derivate parțiale (EDP) și teoria controlului sistemelor distribuite. În mod particular, cercetarea mea vizează dezvoltarea de inegalități Hardy și Hardy–Rellich optimale, în contexte euclidiene și ne-euclidiene, precum și utilizarea acestora în analiza problemelor cu perturbații singulare.

Contribuțiile mele se situează la intersecția dintre analiza funcțională, geometria Riemanniană și teoria EDP, cu aplicații directe în modele matematice provenite din mecanica cuantică, dinamica fluidelor și teoria controlului. Un accent important este pus pe studiul sistemelor perturbate de potențiale singulare, unde inegalitățile Hardy joacă un rol structural în stabilitatea, existența și regularitatea soluțiilor.

Un alt fir major al cercetării îl reprezintă integrarea acestor rezultate analitice în probleme de control robust, în special în cadrul unei probleme de control  $H^\infty$  pentru sisteme parabolice singulare, unde am obținut rezultate noi privind stabilizarea și controlul robust al acestor sisteme infinite-dimensionale.

# Direcții principale de cercetare

## 1. Inegalități Hardy și Hardy-Rellich

Această direcție vizează generalizarea și îmbunătățirea unor inegalități de tip Hardy-Rellich cu singularitate dată de funcția distanță la frontieră în cadrul funcțional  $L^p$ , pentru domenii din spațiul euclidian. Rezultatele obținute includ:

- determinarea unor constante optimale;
- identificarea unor termeni ce îmbunătățesc inegalitățile clasice, dependenți de geometria domeniului;
- aplicații la probleme  $p$ -biharmonice cu potențiali singulari.

## 2. Inegalități Hardy multipolare

În acest context, am generalizat o teorie a inegalităților Hardy multipolare în context  $L^p$ , cu singularități multiple, atât în  $\mathbb{R}^N$ , cât și pe varietăți Riemanniene. Aceste rezultate generalizează cazul clasic unipolar și oferă o structură matematică nouă pentru operatori cu mai mulți poli singulari.

## 3. Controlul sistemelor distribuite

O direcție complementară o constituie teoria controlului pentru sisteme EDP, în special problema de control  $H^\infty$  pentru sisteme parabolice cu potențiali singulari și termeni de convecție, unde am obținut condiții noi de stabilizare robustă.

## Publicații reprezentative

În cadrul activității doctorale, am publicat următoarele articole:

1. C. Cazacu and T. Rugină, *Sharp second order inequalities with distance function to the boundary and applications to a singular  $p$ -Biharmonic problem*, SIAM J. Math. Anal., 58 (2026), no. 1, pp. 206-237; DOI: [here](#)
2. C. Cazacu, G. Marinoschi and T. Rugină,  *$H^\infty$ -control problem for a system of singular parabolic equations with convection*, Evol. Equ. Control Theory, 16 (2026), pp. 216-231. DOI: [here](#).
3. C. Ciulică and T. Rugină, *Sharp multipolar  $L^p$ -Hardy-type inequalities on Riemannian manifolds*, J. Geom. Anal. 35 (2025), no. 12, Paper No. 378, 23 pp. DOI: [here](#).

4. C. Cazacu and T. Rugină, *Best constants in bipolar  $L^p$ -Hardy-type Inequalities*, J. Math. Anal. Appl. 530 (2024), iss. 1, 127635. DOI: [here](#).

## Conferințe și prezentări

Pe parcursul stagiului doctoral, am participat la următoarele manifestări științifice:

1. **Workshop Happy PDE's** *December 11-12, 2025*  
IMAR, Bucharest Romania  
Talk: *Sharp second order inequalities with distance function to the boundary*  
Conference site: [here](#).
2. **10th French-Romanian Summer School on Applied Mathematics** *July 9-17, 2025*  
UB Campus Sinaia, Sinaia, Romania  
Conference site: [here](#).
3. **Summer School: Mathematical Analysis and Applications** *June 9-13, 2025*  
Villa del Grumello, Como, Italy.  
Poster: *Sharp second order inequalities with distance function to the boundary*  
Conference site: [here](#).
4. **14th Workshop for Young Researchers in Mathematics** *May 15 -16, 2025*  
A. I. Cuza University, Iași, Romania  
Talk: *Sharp second order inequalities with distance function to the boundary*  
Conference site: [here](#).
5. **Workshop Happy PDE's** *December 13, 2024*  
IMAR, Bucharest Romania  
Talk: *Removable singularities for some singular elliptic equations*  
Conference site: [here](#).
6. **LMS Summer School: Bridging PDEs and Geometric Flows** *July 22-26, 2024*  
Cardiff University, Cardiff, Wales.  
Conference site: [here](#).
7. **9th French-Romanian Summer School on Applied Mathematics** *July 10-18, 2024*  
UB Campus Sinaia, Sinaia, Romania  
Conference site: [here](#).

8. **Mini-courses in Mathematical Analysis** *June 24-28, 2024*  
 University of Padova, Padova, Italy.  
 Talk: *Sharp constants in  $L^p$ -Hardy and Rellich inequalities*  
 Conference site: [here](#).
9. **13th Workshop for Young Researchers in Mathematics** *May 23 -24, 2024*  
 A. I. Cuza University, Iași, Romania  
 Talk: *Hardy-Rellich Inequalities in domains of  $\mathbb{R}^N$  and applications*  
 Conference site: [here](#).
10. **Analysis and Potential, on the Anniversary of Prof. G. Bucur** *January 23-26, 2024*  
 IMAR, Bucharest, Romania  
 Talk: *Hardy-Rellich Inequalities in domains of  $\mathbb{R}^N$  and applications*  
 Conference site: [here](#).
11. **8th French-Romanian Summer School on Applied Mathematics** *July 5-13, 2023*  
 UB Campus Sinaia, Sinaia, Romania  
 Conference site: [here](#).
12. **12th Workshop for Young Researchers in Mathematics** *May 18 -19, 2023*  
 A. I. Cuza University, Iași, Romania  
 Talk:  *$H^\infty$ – control problem for parabolic systems with singular inverse-square potential*  
 Conference site: [here](#).
13. **Workshop Geometric Aspects of Evolution and Control** *April 17 -21, 2023*  
 FernUniversität, Hagen, Germany  
 Poster:  *$H^\infty$ – control problem for parabolic systems with singular inverse-square potential*  
 Conference site: [here](#).
14. **School on nonlinear PDEs** *May 15 -20, 2022*  
 University of Warsaw, Warsaw, Poland  
 Conference site: [here](#).
15. **11th Workshop for Young Researchers in Mathematics, online** *May 19-20, 2022*  
 Talk: *Best constants in  $L^p$ –Hardy inequalities with bipolar potential*  
 Conference site: [here](#).

## Perspective de cercetare

Direcțiile viitoare includ:

- dezvoltarea unei teorii generale a inegalităților Hardy multipolare pentru  $n$  poli în  $L^p$ ;
- studiul singularităților eliminabile pentru operatori Schrödinger multipolari;
- integrarea inegalităților Hardy în teoria controlului optimal;
- extinderea rezultatelor la geometrii ne-euclidiene generale.